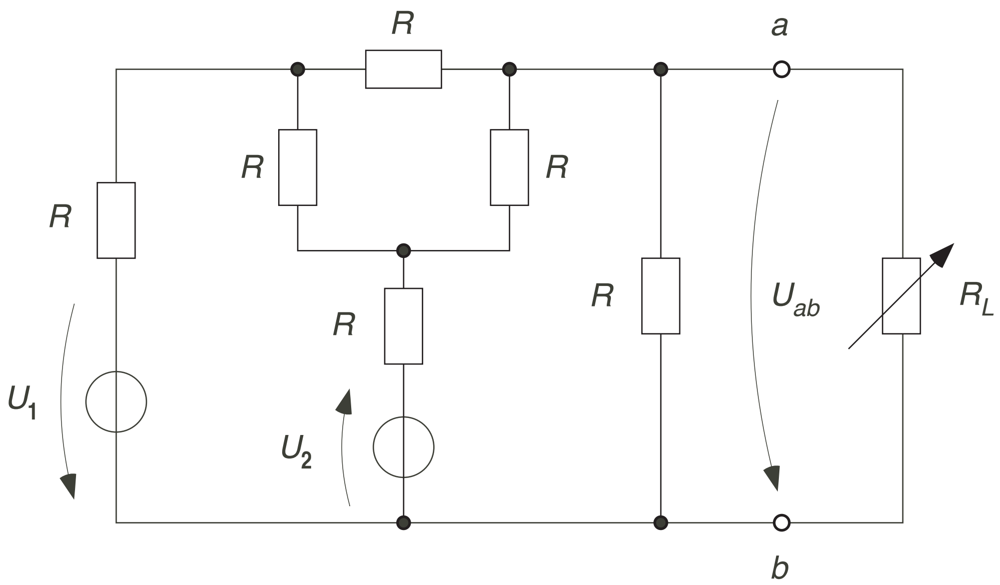
§ 5.12.10 Adaptation de puissance – Exercice 1

Déterminer la loi $U_{ab} = f\,(R_L)$ pour le circuit ci-dessous :



Calculer la valeur particulière de U_{ab} obtenue à l'adaptation de puissance si :

$R = 1$ kΩ.

Données pour l'application numérique : $U_1 = 5$ V et $U_2 = 7$ V

Adaptation de puissance – Corrigé Exercice 1

En appliquant le théorème de Thévenin au schéma de la *Figure I-a*, son équivalent vu depuis les bornes a et b peut être réduit à une source de tension idéale U_0 mise en série avec une résistance interne R_i (*Figure I-b*). Le courant I_L qui traverse alors la charge R_L est donné par :

$$I_L = \frac{U_0}{R_i + R_L} \qquad (1) \qquad \text{et} \qquad U_{ab} = I_L \cdot R_L \qquad (2)$$

En combinant les équations (1) et (2), on trouve la relation cherchée entre U_{ab} et R_L :

$$U_{ab} = \frac{R_L}{R_i + R_L} \cdot U_0 \qquad (3)$$

<u>Remarque</u> : Le même raisonnement peut être fait en appliquant le théorème de Norton (source de <u>courant</u> idéale I_0 mise en <u>parallèle</u> avec une résistance interne R_i).

On constate que si la résistance interne R_i de la source de tension est négligeable devant la charge R_L, on retrouve une source de tension idéale de valeur U_0 :

$$R_i \ll R_L \quad \mapsto \quad \frac{R_L}{R_i + R_L} = 1 \quad \mapsto \quad U_{ab} \approx U_0$$

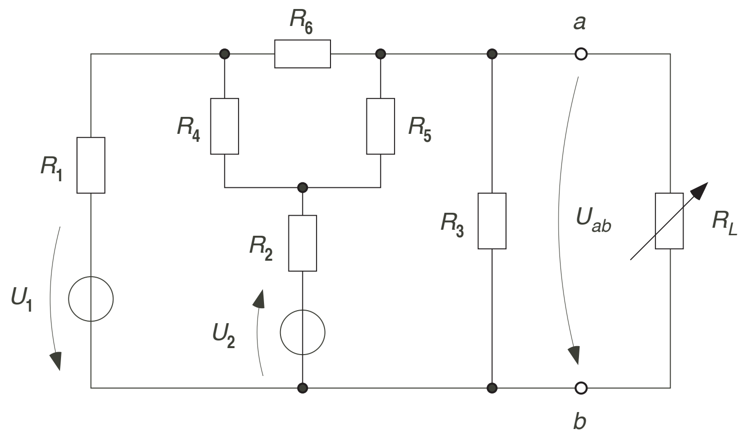


Figure I-a

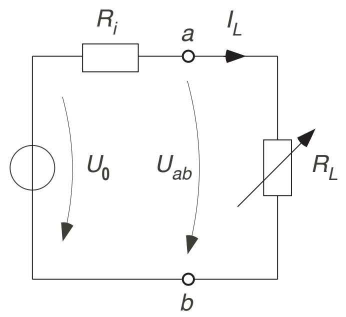


Figure I-b

Comme dans le cas d'exercices précédents, lors du calcul des grandeurs U_0 et R_i, on sera amené à utiliser d'autres transformations des schémas équivalents. Sur le schéma de la *Figure I-a*, on a :

$$R_j = R \qquad \text{avec :} \quad j = 1, 2, 3, 4, 5, 6. \qquad (4)$$

1) Tension à vide U_0 (tension aux bornes de la source lorsque $I_L = 0$) **:**

Elle est la même que la tension aux bornes de la résistance R_3. Pour la connaître, calculons le courant I_3 qui la traverse. Alors :

$$U_0 = I_3 \cdot R_3 \qquad (\textit{Figure II-a}) \tag{5}$$

Sur la branche du milieu (*Figure I-a*), appliquons la transformation Π−T aux résistances R_4, R_5, R_6 , ce qui donne le schéma de la *Figure II-b*. Après réduction (deux fois la mise en série de résistances), on arrive au schéma de la *Figure II-c*.

Figure II-a :

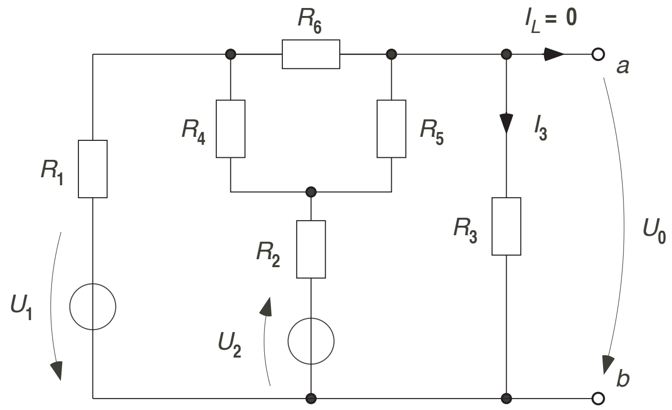


Figure II-b :

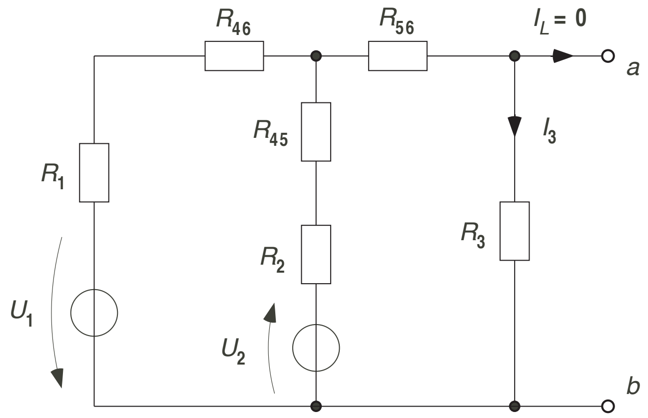
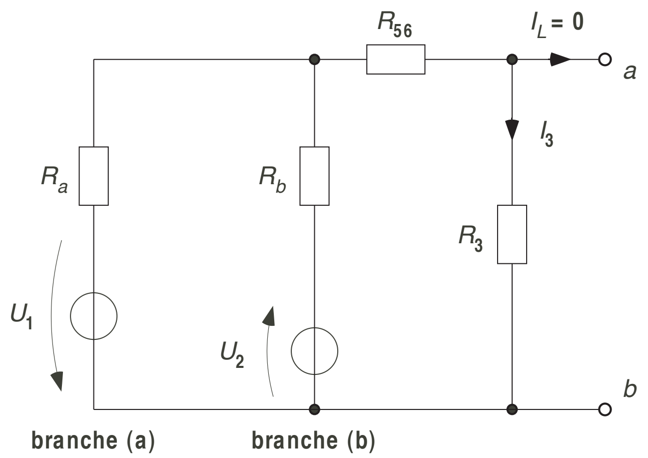


Figure II-c :



Les différentes résistances sont :

$$R_{45} = R_{46} = R_{56} = \frac{1}{3}R \qquad (6) \qquad \text{et} \qquad R_a = R_b = \frac{4}{3}R \qquad (7)$$

On utilise encore la transformation STR $\mapsto$ SCR appliquée aux branches (a) et (b) de la *Figure II-c* ; d'où la *Figure III-a*, avec :

$$I_1 = \frac{U_1}{R_a}\ , \quad A.N.\ :\ I_1 = \frac{15}{4R}\ [\mathrm{A}] \qquad \text{et} \qquad I_2 = \frac{U_2}{R_b}\ , \quad A.N.\ :\ I_2 = \frac{21}{4R}\ [\mathrm{A}] \qquad (8)$$

La réduction des résistances R_a et R_b et des sources I_1 et I_2 nous mène à la *Figure III-b*, d'où :

$$I_{12} = I_1 - I_2\ , \quad A.N.\ :\ I_{12} = -\frac{3}{2R}\ [\mathrm{A}] \quad \text{et} \qquad R_{ab} = R_a \,//\, R_b = \frac{2}{3}R \qquad (9)\ \text{et}\ (10)$$

Figure III-a :

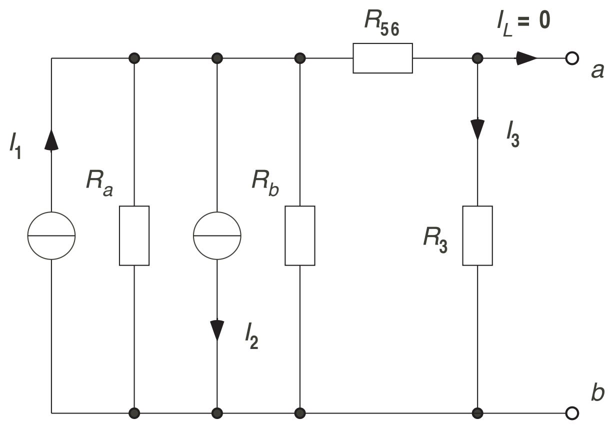
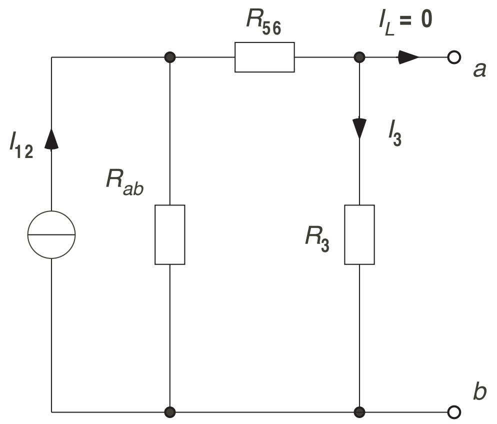


Figure III-b :



Appliquer de nouveau la transformation SCR $\mapsto$ STR et on obtient finalement le schéma de la *Figure IV*, avec :

$$U_3 = R_{ab} \cdot I_{12}\ , \qquad A.N.\ :\ U_3 = -1\ \mathrm{V} \qquad (11)$$

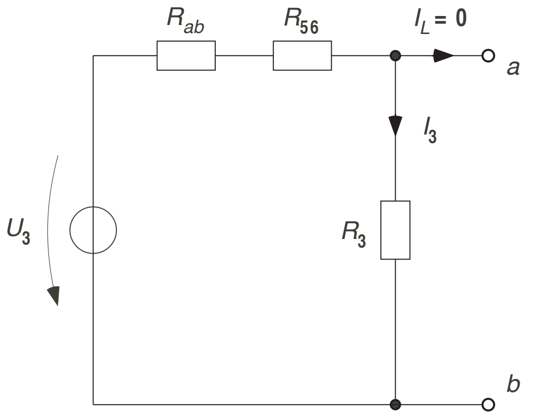
Le courant cherché I_3 est alors donné par :

$$I_3 = \frac{U_3}{R_{ab} + R_{56} + R_3}\ , \qquad A.N.\ :\ I_3 = -\frac{1}{2R}\ [A] \qquad (12)$$

Finalement avec les équations (5) et (12), on trouve :

$$U_0 = R_3 \cdot I_3 \ , \qquad A.N.\ :\ U_0 = -\ 0.5\ \mathrm{V} \tag{13}$$

Figure IV :

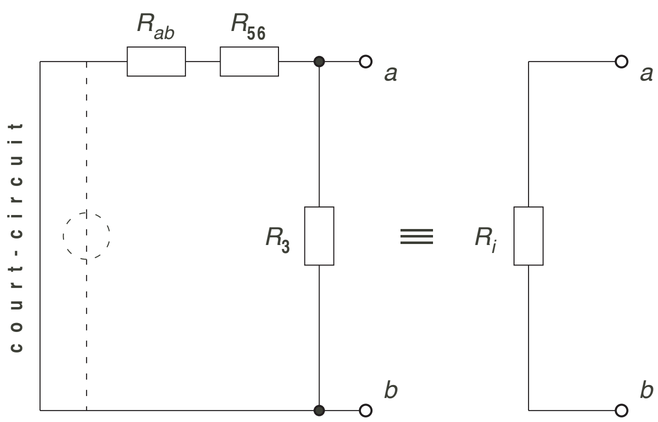


2) Résistance interne R_i :

En partant du schéma déjà simplifié de la *Figure IV*, la résistance interne R_i est égale à la résistance équivalente vue depuis la charge après l'annulation de toutes les sources idéales (voir exercice précédent) :

$$R_i = \frac{R_3\left(R_{ab} + R_{56}\right)}{R_3 + \left(R_{ab} + R_{56}\right)} \ , \qquad A.N.\ :\ R_i = \frac{R}{2} \tag{14}$$

Figure V :



3) Adaptation d’impédance :

On calcule finalement la tension U_{ab} à l'adaptation, pour R = 1kΩ, avec les équations (3) et (13) et sachant qu'à l'adaptation $R_i = R_L$, on trouve :

$$U_{ab} = \frac{R_L}{R_i + R_L} \cdot R_3 \cdot I_3 = \frac{1}{2} \cdot R_3 \cdot I_3 \ , \qquad A.N.\ :\ U_{ab} = -\ 0.25\ \mathrm{V} \tag{15}$$

•